

거듭제곱근의 성질과 실수 조건 판별 (수학 I 대표 유형) - 곰셈수학

대표유형 문제

다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 ± 3 이다.
- ② 8의 세제곱근은 $\pm\sqrt[3]{8}$ 이다.
- ③ -81 의 네제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[4]{-81}$ 이다.
- ④ n 이 짝수일 때, -16 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 2개이다.
- ⑤ n 이 홀수일 때, 5의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 1개뿐이다.

문제 요약

이 문제는 거듭제곱근의 개수와 실수 조건을 묻는 문제입니다. 특히 **짝수 제곱근**과 **홀수 제곱근**의 차이, 그리고 \sqrt{a} 와 a 의 제곱근이 서로 다른 뜻이라는 점을 정확히 알아야 합니다.

핵심 개념 먼저 정리

1. a 의 n 제곱근이란

$$x^n = a$$

를 만족하는 수 x 를 말합니다.

2. n 이 짝수일 때

- $a > 0$ 이면 실수인 n 제곱근은 _____개
- $a = 0$ 이면 실수인 n 제곱근은 1개 (0)
- $a < 0$ 이면 실수인 n 제곱근은 _____

3. n 이 홀수일 때는 양수든 음수든 관계없이 실수인 n 제곱근은 항상 _____개입니다.

4. \sqrt{a} 는 보통 음이 아닌 값 하나를 뜻합니다. 반면, “ a 의 제곱근”은

$$x^2 = a$$

를 만족하는 _____를 뜻합니다.

풀이 전략

1. 각 문장을 식으로 바꿔서 생각합니다.
2. 짝수 제곱근인지 홀수 제곱근인지 먼저 확인합니다.
3. 실수 범위에서 가능한지 판단합니다.
4. 참인 보기만 마지막에 고릅니다.

단계별 상세 풀이 (학생용)

Step 1. ①번 보기 판단

①은

$$\sqrt{(-3)^2} \text{의 제곱근은 } \pm 3 \text{이다.}$$

라고 말하고 있습니다.

먼저 안쪽부터 계산하면 $(-3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 입니다. 따라서 $\sqrt{(-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 입니다.

이제 문장은 결국 “_____의 제곱근은 ± 3 이다”라는 뜻이 됩니다. 이 문장이 참인지 판단해 보세요.

따라서 ①은 [참 / 거짓] 입니다.

Step 2. ②번 보기 판단

②는

8의 세제곱근은 $\pm \sqrt[3]{8}$ 이다.

라고 되어 있습니다.

세제곱근은 $x^3 = 8$ 을 만족하는 수를 말합니다. 실수 범위에서 이 방정식의 해를 구해보고, 보기의 설명이 맞는지 확인해 보세요.

따라서 ②는 [참 / 거짓] 입니다.

Step 3. ③번 보기 판단

③은

-81의 네제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[4]{-81}$ 이다.

라고 되어 있습니다.

네제곱근은 $x^4 = -81$ 을 만족하는 실수 x 를 말합니다. 음수의 짝수 제곱근 중 실수인 것이 존재하는지 생각해 보세요.

따라서 ③은 [참 / 거짓] 입니다.

Step 4. ④번 보기 판단

④는

n 이 짝수일 때, -16 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 2개이다.

라고 되어 있습니다.

마찬가지로 $x^n = -16$ (단, n 은 짝수)을 만족하는 실수 x 가 몇 개인지 판단해 보세요.

따라서 ④는 [참 / 거짓] 입니다.

Step 5. ⑤번 보기 판단

⑤는

n 이 홀수일 때, 5의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 1개뿐이다.

라고 되어 있습니다.

양수의 홀수 제곱근 중 실수인 것의 개수 규칙을 떠올려 보고 참/거짓을 적어보세요.

따라서 ⑤는 [참 / 거짓] 입니다.

Step 6. 정답 정리

스스로 판단한 결과를 적어보세요.

- ① _____
- ② _____
- ③ _____
- ④ _____

• ⑤ _____

최종 정답 : _____

자주 하는 실수 조심하기!

- $\sqrt{9}$ 를 ± 3 이라고 쓰는 실수: $\sqrt{9}$ 는 3 하나입니다.
- “제곱근”과 “루트값”을 구분하지 않는 실수: 9의 제곱근은 ± 3 이지만, $\sqrt{9}$ 는 3입니다.
- 홀수 제곱근에도 무조건 \pm 를 붙이는 실수: 세제곱근, 다섯제곱근은 실수 범위에서 하나만 나옵니다.
- 짝수 제곱근에서 음수도 실수가 된다고 착각하는 실수: 예를 들어 -16 의 네제곱근은 실수에서 존재하지 않습니다.

개념 정리

거듭제곱근 문제를 풀 때는 다음 순서로 생각하면 됩니다.

1. 몇 제곱근인지 확인한다.
2. 짝수인지 홀수인지 확인한다.
3. 주어진 수가 양수인지 음수인지 확인한다.
4. 실수해의 개수를 판단한다.

짝수 n : 양수는 실수근 _____개, 0은 1개, 음수는 _____개

홀수 n : 어떤 실수라도 실수근은 항상 _____개

시험에서는 이 성질을 문장으로 비틀어서 자주 묻습니다. 그래서 보기형 문제를 풀 때는 문장을 그대로 읽고 끝내지 말고, 반드시

$$x^n = a$$

꼴로 바꾸어 생각하는 습관이 중요합니다.

대표유형 연습문제 (직접 풀어보세요)

연습문제 1

다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 27의 세제곱근은 ± 3 이다.
- ② -16 의 네제곱근 중 실수인 것은 없다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

연습문제 2

다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 0의 네제곱근 중 실수인 것은 0 하나이다.
- ② 125의 세제곱근 중 실수인 것은 5 하나이다.
- ③ 81의 네제곱근 중 실수인 것은 3 하나이다.

연습문제 3

n 이 자연수일 때, 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① n 이 짝수이면 -1 의 n 제곱근 중 실수인 것은 2개이다.
- ② n 이 홀수이면 -1 의 n 제곱근 중 실수인 것은 1개이다.
- ③ n 이 홀수이면 4의 n 제곱근 중 실수인 것은 2개이다.

