

# 거듭제곱근의 실수 개수 구하기 (수학 I 대표 유형) - 곱셈 수학

## 대표유형 문제

실수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $a$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(a, n)$ 으로 나타낼 때,

$$f(12, 8) + f(8, 11) - f(-12, 8) + f(-8, 11)$$

의 값을 구하시오.

## 문제 요약

이 문제는 실제로 복잡한 계산을 하는 문제가 아니라, 어떤 수의  $n$ 제곱근 중에서 실수인 것이 몇 개인지를 빠르게 판단하는 문제입니다. 핵심은 딱 두 가지입니다.  $a$ 가 양수인지 음수인지, 그리고  $n$ 이 짝수인지 홀수인지를 구분하는 것입니다.

## 먼저 꼭 알아야 하는 핵심 개념

$a$ 의  $n$ 제곱근이란

$$x^n = a$$

를 만족하는 수  $x$ 를 말합니다.

이때 실수 개수는 다음처럼 정리할 수 있습니다. 알맞은 숫자를 적어보세요.

- $a > 0$ ,  $n$ 이 짝수이면 실수인  $n$ 제곱근은 \_\_\_\_개
- $a > 0$ ,  $n$ 이 홀수이면 실수인  $n$ 제곱근은 \_\_\_\_개
- $a < 0$ ,  $n$ 이 짝수이면 실수인  $n$ 제곱근은 \_\_\_\_개

4.  $a < 0$ ,  $n$ 이 홀수이면 실수인  $n$ 제곱근은 \_\_\_\_\_개

이 문제는 바로 이 표를 정확히 적용할 수 있는지 묻는 문제입니다.

### 풀이 전략

1. 각  $f(a, n)$ 를 하나씩 따로 계산합니다.
2.  $a$ 가 양수인지 음수인지 확인합니다.
3.  $n$ 이 짝수인지 홀수인지 확인합니다.
4. 실수인 거듭제곱근의 개수를 써 줍니다.
5. 마지막에 식에 대입하여 계산합니다.

## 단계별 상세 풀이 (학생용)

### Step 1. $f(12, 8)$ 구하기

$f(12, 8)$ 는 12의 8제곱근 중에서 실수인 것의 개수입니다.

여기서 12는 [ 양수 / 음수 ] 이고, 8은 [ 짝수 / 홀수 ] 입니다. 양수의 짝수 제곱근은 실수에서 몇 개가 나올까요?

### Step 2. $f(8, 11)$ 구하기

$f(8, 11)$ 은 8의 11제곱근 중에서 실수인 것의 개수입니다.

여기서 8은 [ 양수 / 음수 ] 이고, 11은 [ 짝수 / 홀수 ] 입니다. 양수의 홀수 제곱근은 실수에서 몇 개가 나올까요?

### Step 3. $f(-12, 8)$ 구하기

$f(-12, 8)$ 은  $-12$ 의 8제곱근 중에서 실수인 것의 개수입니다.

여기서  $-12$ 는 [ 양수 / 음수 ] 이고, 8은 [ 짝수 / 홀수 ] 입니다. 음수의 짝수 제곱근은 실수 범위에서 존재할까요?

### Step 4. $f(-8, 11)$ 구하기

$f(-8, 11)$ 은  $-8$ 의 11제곱근 중에서 실수인 것의 개수입니다.

여기서  $-8$ 은 [ 양수 / 음수 ] 이고, 11은 [ 짝수 / 홀수 ] 입니다. 음수의 홀수 제곱근은 실수에서 몇 개가 존재할까요?

## Step 5. 전체 식 계산하기

이제 구한 값들을 원래 식에 대입하여 계산해 보세요.

$$\begin{aligned} f(12, 8) + f(8, 11) - f(-12, 8) + f(-8, 11) \\ = ( \quad ) + ( \quad ) - ( \quad ) + ( \quad ) \end{aligned}$$

최종 정답 : \_\_\_\_\_

## 자주 하는 실수 조심하기!

- 양수면 무조건 2개라고 생각하는 실수: 양수라도  $n$ 이 홀수이면 실수인  $n$ 제곱근은 1개입니다.
- 음수면 무조건 실수근이 없다고 생각하는 실수: 음수라도  $n$ 이 홀수이면 실수인  $n$ 제곱근은 1개 존재합니다.
- 짝수/홀수 판단을 하지 않고 바로 값만 외우는 실수: 이 문제는 숫자 크기보다 부호와 지수의 짝 홀성이 더 중요합니다.
- $-f(-12, 8)$ 를 계산할 때 부호를 잘못 처리하는 실수: 식의 부호를 끝까지 확인하세요.

## 개념 정리

거듭제곱근의 실수 개수 문제는 아래 표처럼 기억하면 가장 편합니다.

$a > 0, n$  짝수  $\rightarrow$  2개

$a > 0, n$  홀수  $\rightarrow$  1개

$a < 0, n$  짝수  $\rightarrow$  0개

$a < 0, n$  홀수  $\rightarrow$  1개

결국 이 문제는 복잡한 식처럼 보여도, 각 항을 하나씩 표에 맞춰서 판단하면 됩니다.

시험장에서 가장 빠른 방법은 “양수/음수 먼저, 짝수/홀수 나중” 순서로 보는 것입니다. 이 순서만 익숙해지면 비슷한 문제를 아주 빠르게 풀 수 있습니다.

## 대표유형 연습문제 (직접 풀어보세요)

### 연습문제 1

실수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $a$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(a, n)$ 이라 하자. 다음 값을 구하시오.

$$f(7, 6) + f(-7, 5) - f(-7, 6)$$

### 연습문제 2

실수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $a$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(a, n)$ 이라 하자. 다음 값을 구하시오.

$$f(15, 4) + f(15, 9) + f(-15, 9)$$

### 연습문제 3

실수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $a$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(a, n)$ 이라 하자. 다음 값을 구하시오.

$$2f(-4, 7) + f(4, 10) - f(-4, 10)$$