

거듭제곱과 소인수의 지수 표현 문제 풀이 (중1 대표 유형)

- 곱셈수학

핵심 요약

이 문제는 거듭제곱의 뜻과 같은 수를 여러 번 곱한 것을 지수로 바르게 나타내는 방법을 묻는 대표 유형입니다.

보기마다 숫자가 비슷해 보여도, 곱셈인지 덧셈인지, 밑과 지수의 뜻이 맞는지를 정확히 확인해야 합니다.

문제

다음 중 옳은 것은?

① $2^4 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

③ $6 + 6 + 6 + 6 = 6^4$

④ $(2 \times 5) \times (2 \times 5) = 2 \times (2 \times 5)$

⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^2$

문제 요약

이 문제는 다섯 보기 중에서 거듭제곱을 올바르게 이해한 식을 찾는 문제입니다.

거듭제곱에서는 같은 수를 여러 번 곱한 것을 간단히 나타냅니다.

따라서 덧셈을 거듭제곱으로 바꾸거나, 지수의 개수를 잘못 세면 바로 틀리게 됩니다.

단계별 아주 자세한 풀이 (교사용)

핵심 전략

1. 거듭제곱은 같은 수를 여러 번 곱할 때만 사용한다는 점을 먼저 기억합니다.
2. 밑은 무엇인지, 지수는 몇 번 곱했는지를 뜻하는지 확인합니다.
3. 보기 하나씩 실제 값으로 계산해 보면 가장 안전합니다.

Step 1. 거듭제곱의 뜻 먼저 확인하기

a^n 은 a 를 n 번 곱한 것을 뜻합니다.

예를 들면

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

입니다.

여기서

- 5를 밑이라고 합니다.
- 3을 지수라고 합니다.

즉, 지수는 같은 수가 몇 번 곱해졌는지를 나타냅니다.

Step 2. ① $2^4 = 8$ 인지 확인하기

2^4 는 2를 4번 곱한 것이므로

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

입니다.

그런데 보기에서는 8이라고 했습니다.

따라서 ①은 틀렸습니다.

$$2^4 = 16 \text{ 이므로 ①은 틀림 (X)}$$

Step 3. ② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 인지 확인하기

왼쪽은 3이 4번 곱해져 있습니다.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

이어야 맞습니다.

그런데 보기에서는 3^3 이라고 했습니다.

지수를 하나 적게 쓴 것이므로 ②는 틀렸습니다.

Step 4. ③ $6 + 6 + 6 + 6 = 6^4$ 인지 확인하기

이 보기에서 중요한 점은 덧셈이라는 것입니다.

거듭제곱은 같은 수를 여러 번 곱할 때 쓰는 표현이지, 더할 때 쓰는 표현이 아닙니다.

실제로

$$6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

이고,

$$6^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$$

입니다.

값도 전혀 다르므로 ③은 틀렸습니다.

Step 5. ④ $(2 \times 5) \times (2 \times 5) = 2 \times (2 \times 5)$ 인지 확인하기

왼쪽부터 계산해 보겠습니다.

$$(2 \times 5) \times (2 \times 5) = 10 \times 10 = 100$$

입니다.

오른쪽은

$$2 \times (2 \times 5) = 2 \times 10 = 20$$

입니다.

왼쪽과 오른쪽의 값이 다르므로 ④는 틀렸습니다.

왼쪽 = 100, 오른쪽 = 20 → 서로 다름 (X)

Step 6. ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^2$ 인지 확인하기

왼쪽 식을 보면 2가 3번 곱해져 있고, 7이 2번 곱해져 있습니다.

따라서 이를 거듭제곱으로 나타내면

$$2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^2$$

가 됩니다.

이것은 정확히 맞는 표현입니다.

따라서 ⑤는 **옳습니다**.

2는 3번, 7은 2번 곱해짐 → $2^3 \times 7^2$ (O)

Step 7. 보기 전체를 한눈에 정리하기

- ① $2^4 = 16$ 이므로 틀림
- ② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이므로 틀림
- ③ 덧셈은 거듭제곱으로 나타낼 수 없으므로 틀림
- ④ 왼쪽은 100, 오른쪽은 20이므로 틀림
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^2$ 이므로 맞음

최종 정답 : ⑤

개념을 더 쉽게 이해해 보기

1. 거듭제곱은 왜 사용하는가?

같은 수를 여러 번 곱한 식은 길게 쓰면 불편합니다.

예를 들어

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

를 매번 길게 쓰는 대신

$$4^5$$

처럼 간단하게 쓸 수 있습니다.

그래서 거듭제곱은 반복되는 곱셈을 짧고 깔끔하게 나타내는 방법입니다.

2. 밑과 지수를 헷갈리지 말자

5^3 에서 밑은 5, 지수는 3입니다.

이것은 5를 3번 곱한다는 뜻입니다.

즉,

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

입니다.

학생들이 자주 하는 실수는 5^3 을 5×3 처럼 생각하는 것인데, 이것은 완전히 다른 뜻입니다.

3. 덧셈과 곱셈은 구별해야 한다

$7 + 7 + 7$ 은 같은 수를 여러 번 더한 것입니다.

이것은 곱셈으로 7×3 처럼 바꿀 수는 있지만, 거듭제곱으로 바꾸는 것은 아닙니다.

반면

$$7 \times 7 \times 7 = 7^3$$

는 같은 수를 여러 번 곱한 것이므로 거듭제곱으로 나타낼 수 있습니다.

이 차이를 정확히 알아야 합니다.

자주 하는 실수

1. 지수를 잘못 세는 실수

같은 수가 몇 번 곱해졌는지 정확히 세어야 합니다.

2. 덧셈을 거듭제곱으로 착각하는 실수

거듭제곱은 곱셈일 때만 사용합니다.

3. 겉모양만 보고 맞다고 판단하는 실수

숫자가 비슷해 보여도 실제 값까지 계산해 보는 습관이 중요합니다.

대표유형 연습 문제 3개 (교사용 정답 표시)

연습문제 1

다음 중 옳은 것은?

① $4^2 = 8$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 + 3 + 3 = 3^3$

④ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

⑤ $6 \times 6 = 12^2$

[정답 및 해설] ②

$5 \times 5 \times 5$ 는 5가 3번 곱해진 것이므로 5^3 이 맞습니다.

따라서 정답은 ②입니다.

연습문제 2

다음 중 옳은 것은?

① $7 \times 7 = 14^2$

② $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3$

③ $9 + 9 = 9^2$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 5^2$

⑤ $10^2 = 20$

[정답 및 해설] ④

3이 3번, 5가 2번 곱해졌으므로 $3^3 \times 5^2$ 가 맞습니다.

따라서 정답은 ④입니다.

연습문제 3

다음 중 옳은 것은?

① $8^2 = 16$

② $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$

③ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

④ $6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6^5$

⑤ $(3 \times 2) \times (3 \times 2) = 2 \times (3 \times 2)$

[정답 및 해설] ③

2가 5번 곱해졌으므로 2^5 가 맞습니다.

따라서 정답은 ③입니다.

꼭 기억할 문장

거듭제곱은 같은 수를 여러 번 곱한 것을 간단히 나타낸 표현입니다.

$$a^n = a \times a \times a \times \cdots \times a$$

한 줄 마무리

거듭제곱 문제는 같은 수가 몇 번 곱해졌는지를 정확히 세는 것이 가장 중요합니다.

이 문제에서는 $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 7^2$ 만 맞으므로 정답은 ⑤입니다.

곰셈수학의 일상 티스토리 블로그도 방문해 주세요.

곰셈수학 대표 카페에서도 각종 자료를 공유합니다.