

근호가 포함된 수의 대소 비교 문제 풀이 - 제곱과 변형으로 빠르게 비교하기 - 곱셈수학

근호가 들어 있는 수의 크기를 비교하는 문제는 무작정 계산기로 근삿값을 구하려고 하면 오히려 복잡해질 수 있습니다. 이런 유형은 보통 식을 조금 더 간단한 형태로 바꾸거나, 모두 양수일 때 제곱해서 비교하는 방법이 가장 깔끔합니다. 이번 문제도 겉으로는 루트가 여러 번 겹쳐 있어서 어려워 보이지만, 각 수를 차근차근 정리하면 대소관계가 아주 분명하게 드러납니다.

대표유형 문제

세 수

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{16}}, \quad B = \sqrt[3]{2}, \quad C = \sqrt{\sqrt{5}}$$

의 대소를 바르게 나타낸 것은?

- ① \sqrt{A}
- ② \sqrt{B}
- ③ \sqrt{B}
- ④ \sqrt{B}
- ⑤ \sqrt{C}

문제 요약

이 문제의 핵심은 세 수를 각각 더 단순한 지수 형태 또는 쉬운 근호 형태로 바꾸는 것입니다. 특히

$$\sqrt[3]{\sqrt{16}}, \quad \sqrt[3]{2}, \quad \sqrt{\sqrt{5}}$$

는 모두 양수이므로, 필요하면 제곱이나 거듭제곱을 이용해 안전하게 비교할 수 있습니다.

먼저 꼭 알아야 하는 핵심 개념

근호가 들어 있는 수를 비교할 때 자주 쓰는 방법은 다음과 같습니다.

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$
$$\sqrt{\sqrt{a}} = a^{\frac{1}{4}}$$

모두 양수일 때는 같은 거듭제곱을 하여 대소를 비교할 수 있습니다.

즉, 이 문제는 세 수를 더 보기 쉬운 꼴로 바꾸는 것이 첫 번째 목표입니다.

풀이 전략

1. A, B, C 를 각각 간단한 형태로 바꿉니다.
2. 바로 비교가 어려우면 같은 거듭제곱을 하여 비교합니다.
3. 세 수의 순서를 정합니다.
4. 보기와 비교하여 정답을 찾습니다.

단계별 상세 풀이 (학생용)

Step 1. A 를 간단히 정리하기

먼저

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{16}}$$

를 간단히 정리해 보세요. 안쪽 근호부터 계산합니다.

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

Step 2. B 는 이미 간단한 형태입니다

두 번째 수

$$B = \sqrt[3]{2}$$

는 이미 가장 간단한 형태입니다.

Step 3. C 를 간단히 정리하기

세 번째 수

$$C = \sqrt{\sqrt{5}}$$

를 분수 지수를 사용하여 고쳐 보세요.

$$C = \underline{\hspace{2cm}}$$

Step 4. 먼저 A 와 B 비교하기

지금 구한 A 와 B 를 비교해 보세요. 안의 숫자 크기를 비교하면 됩니다.

따라서 A 와 B 중 더 큰 수는 $[A/B]$ 입니다.

Step 5. A 와 C 비교하기

이제 A 와 C 를 비교해 보세요. 두 수의 12제곱을 구해서 비교해 봅시다.

따라서 A 와 C 중 더 큰 수는 $[A/C]$ 입니다.

Step 6. B 와 C 비교하기

마지막으로 B 와 C 를 비교해 보세요. 역시 12제곱을 구해서 비교하면 편리합니다.

따라서 B 와 C 중 더 큰 수는 $[B/C]$ 입니다.

Step 7. 세 수의 순서 정리하기

지금까지 구한 대소 관계를 종합하여 A, B, C 의 순서를 정해 보세요.

최종 정답

자주 하는 실수 조심하기!

- $\sqrt[3]{\sqrt{16}}$ 를 $\sqrt[6]{16}$ 으로 바꾸고도 다시 정리하지 않는 실수
물론 같은 뜻이지만, $\sqrt{16} = 4$ 이므로 $A = \sqrt[3]{4}$ 로 바로 보는 것이 더 쉽습니다.
- 근삿값을 너무 대충 계산해서 순서를 틀리는 실수
이런 문제는 가능하면 제곱이나 거듭제곱으로 정확하게 비교하는 것이 안전합니다.
- 양수라는 조건을 생각하지 않고 제곱해서 비교하는 실수
이 문제에서는 세 수가 모두 양수이므로 거듭제곱 비교가 안전합니다.
- $A > B, A > C$ 까지만 보고 B 와 C 비교를 생략하는 실수
세 수의 전체 순서를 정하려면 마지막 한 쌍도 반드시 비교해야 합니다.

개념 정리

근호가 포함된 수의 대소 비교 문제는 다음 순서로 풀면 좋습니다.

1. 먼저 식을 가장 간단한 형태로 바꾼다.
2. 모두 양수인지 확인한다.
3. 필요하면 같은 거듭제곱을 하여 비교한다.
4. 마지막까지 모든 쌍을 비교해 전체 순서를 정한다.

이번 문제에서는

$$A = \sqrt[3]{4}, \quad B = \sqrt[3]{2}, \quad C = 5^{\frac{1}{4}}$$

로 바꾸는 것이 핵심이었습니다.

즉, 근호 문제는 무조건 계산기로 접근하기보다, 먼저 식을 정리하고 구조를 보는 습관이 중요합니다.

대표유형 연습문제 (직접 풀어보세요)

연습문제 1

세 수

$$A = \sqrt[3]{8}, \quad B = \sqrt{3}, \quad C = \sqrt[4]{10}$$

의 대소를 바르게 나타내시오.

연습문제 2

세 수

$$A = \sqrt{\sqrt{16}}, \quad B = \sqrt[3]{3}, \quad C = \sqrt{2}$$

의 대소를 바르게 나타내시오.

연습문제 3

세 수

$$A = \sqrt[3]{9}, \quad B = \sqrt{\sqrt{7}}, \quad C = \sqrt[3]{4}$$

의 대소를 바르게 나타내시오.

