

학생들이 직접 합차공식을 연쇄적으로 적용해 보며 식을 줄여나갈 수 있도록, 정답과 상세 풀이 과정을 비워둔 \*\*학생용 HTML 코드\*\*입니다. 이전 지침에 따라 하단의 외부 링크는 모두 제외했습니다. 아래 코드를 복사하여 사용하시면 됩니다. ``html

## 분수지수가 포함된 곱셈식 간단히 하기 - 지수법칙으로 한번에 정리하는 방법 - 곱셈수학

분수지수가 여러 개 곱해져 있는 식은 처음 보면 복잡해 보이지만, 실제로는 같은 밑의 지수를 더하고 빼는 문제입니다. 이런 유형은 계산을 하나하나 따로 하려 하지 말고, **공통된 밑을 먼저 찾고 지수법칙으로 묶어서 정리하는 것이 가장 중요합니다.** 이번 문제도  $(1 + 5^2)$ 라는 같은 밑이 반복되므로, 지수의 합과 차를 차분하게 정리하면 아주 깔끔하게 답을 구할 수 있습니다.

### 대표유형 문제

다음 식을 간단히 하시오.

$$(1 + 5^2)(1 + 5) \left(1 + 5^{\frac{1}{2}}\right) \left(1 + 5^{\frac{1}{4}}\right) \left(1 + 5^{\frac{1}{8}}\right) \left(1 - 5^{\frac{1}{8}}\right)$$

### 문제 요약

이 문제는 여러 괄호가 곱해져 있지만, 핵심은 마지막 두 괄호

$$\left(1 + 5^{\frac{1}{8}}\right) \left(1 - 5^{\frac{1}{8}}\right)$$

을 먼저 계산한 뒤, 계속해서 **합차공식**을 반복적으로 사용하는 것입니다. 중간에 나오는 식들이 차례대로 소거되면서 매우 간단한 형태로 정리됩니다.

### 먼저 꼭 알아야 하는 핵심 개념

이 문제에서 가장 중요한 공식은 바로 합차공식입니다.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

특히  $a = 1, b = 5^{\frac{1}{8}}$ 처럼 두면

$$\left(1 + 5^{\frac{1}{8}}\right) \left(1 - 5^{\frac{1}{8}}\right) = 1 - \left(5^{\frac{1}{8}}\right)^2$$

이 됩니다. 그리고

$$\left(5^{\frac{1}{8}}\right)^2 = 5^{\frac{1}{4}}$$

이므로, 앞의 괄호들과 자연스럽게 연결됩니다.

즉, 이 문제는 합차공식을 한 번 쓰고 끝나는 것이 아니라, 같은 구조를 연속해서 이용하는 문제입니다.

### 풀이 전략

1. 맨 뒤의  $\left(1 + 5^{\frac{1}{8}}\right) \left(1 - 5^{\frac{1}{8}}\right)$ 부터 계산합니다.
2. 그 결과를 바로 앞의  $\left(1 + 5^{\frac{1}{4}}\right)$ 와 묶습니다.
3. 같은 방식으로  $\left(1 + 5^{\frac{1}{2}}\right), (1 + 5), (1 + 5^2)$ 까지 차례로 묶습니다.
4. 마지막에 남는 값만 계산합니다.

## 단계별 상세 풀이 (학생용)

### Step 1. 마지막 두 괄호 먼저 계산하기

주어진 식의 맨 뒤에 있는

$$\left(1 + 5^{\frac{1}{8}}\right) \left(1 - 5^{\frac{1}{8}}\right)$$

부분을 합차공식을 이용하여 간단히 계산해 보세요.

결과: \_\_\_\_\_

## Step 2. $(1 + 5^{\frac{1}{4}})$ 와 묶기

이제 식의 뒤쪽은 바로 앞의 괄호와 만나 다음과 같은 형태가 됩니다. 다시 합차공식을 적용해 보세요.

$$(1 + 5^{\frac{1}{4}}) \times (\text{Step 1의 결과})$$

결과: \_\_\_\_\_

## Step 3~4. 연쇄적으로 묶어나가기

같은 방식으로 앞의  $(1 + 5^{\frac{1}{2}})$ , 그리고  $(1 + 5)$ 와 차례로 합차공식을 적용하여 식을 계속 간단히 만들어 보세요.

## Step 5. 맨 앞의 $(1 + 5^2)$ 와 마지막으로 묶기

이제 맨 앞에 있던  $(1 + 5^2)$ 와 지금까지 정리해 온 결과를 마지막으로 곱해줍니다.

## Step 6. 최종 계산하기

거듭제곱의 최종 값을 전개하여 하나의 숫자로 계산해 보세요. ( $5^4 = 625$ )

**최종 정답**

## 자주 하는 실수 조심하기!

- $(1 + 5^{\frac{1}{8}})(1 - 5^{\frac{1}{8}})$ 를 단순히  $1 - 5^{\frac{1}{8}}$ 로 쓰는 실수  
이것은 합차공식으로  $1 - (5^{\frac{1}{8}})^2$ 가 되어야 합니다.
- $(5^{\frac{1}{8}})^2 = 5^{\frac{1}{4}}$ 를 틀리는 실수  
지수끼리 곱하므로  $\frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$ 입니다.

- 중간에  $1 - 5$ 가 나오면 바로  $-4$ 만 쓰고 다음 구조를 놓치는 실수  
여기서는  $(1 + 5)$ 와  $(1 - 5)$ 가 만나 다시 합차공식으로 이어진다는 점이 중요합니다.
- 마지막 계산에서  $1 - 625$ 를  $624$ 로 쓰는 부호 실수  
정확한 부호를 신경써야 합니다.

## 개념 정리

이 문제처럼 비슷한 꼴의 괄호가 길게 곱해져 있을 때는 무조건 앞에서부터 계산하려 하지 말고, 합차공식이 보이는 두 괄호를 먼저 찾는 것이 중요합니다.

1.  $(1 + a)(1 - a) = 1 - a^2$
2. 새로 생긴  $1 - a^2$ 가 앞의  $(1 + a^2)$ 와 다시 묶일 수 있는지 본다.
3. 이런 구조가 반복되면 차례로 소거된다.

이번 문제는

$$5^{\frac{1}{8}} \rightarrow 5^{\frac{1}{4}} \rightarrow 5^{\frac{1}{2}} \rightarrow 5 \rightarrow 5^2$$

처럼 지수가 두 배씩 커지면서 연쇄적으로 정리되는 구조입니다.

따라서 비슷한 문제를 만났을 때는 “이 식은 하나의 공식으로 끝나는 문제가 아니라, 합차공식이 연속해서 이어지는 구조구나”라고 먼저 알아보는 습관이 중요합니다.

## 대표유형 연습문제 (직접 풀어보세요)

### 연습문제 1

다음 식을 간단히 하시오.

$$(1 + 3)(1 + \sqrt{3})(1 + \sqrt[4]{3})(1 - \sqrt[4]{3})$$

## 연습문제 2

다음 식을 간단히 하시오.

$$(1 + 2^2)(1 + 2)(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$$

## 연습문제 3

다음 식을 간단히 하시오.

$$(1 + 4)(1 + \sqrt{4})(1 - \sqrt{4})$$