

# 근호와 분수지수 계산 문제 풀이 - 곱셈과 나눗셈이 섞인 식 간단히 하기 - 곱셈수학

근호가 여러 개 섞여 있고, 곱셈과 나눗셈까지 함께 나오면 식이 아주 복잡해 보입니다. 하지만 이런 문제는 결국 모든 근호를 분수지수로 바꾸고, 지수끼리 더하고 빼는 문제입니다. 이번 문제도 겉모양에 겁먹지 않고,  $\sqrt{\quad}$ ,  $\sqrt[6]{\quad}$ ,  $\sqrt[3]{\quad}$ 를 차례대로 지수로 바꾸면 아주 깔끔하게 정리할 수 있습니다.

## 대표유형 문제

$a > 0, b > 0$ 일 때,

$$\sqrt{a^4b} \times \sqrt[6]{a^4b} \div \sqrt[3]{a^5b^2}$$

을 간단히 하면?

- ①  $ab$
- ②  $b\sqrt{a}$
- ③  $b$
- ④  $a$
- ⑤  $a^2b$

## 문제 요약

이 문제는 복잡한 근호식을 계산하는 것처럼 보이지만, 실제 핵심은 근호를 분수지수로 바꾸는 것과 같은 밑의 지수끼리 더하고 빼는 것입니다. 또한  $a > 0$ ,  $b > 0$  조건이 있으므로, 근호를 지수 형태로 바꿀 때 부호 문제를 걱정하지 않고 바로 계산할 수 있습니다.

## 먼저 알아둘 핵심 개념

$$\begin{aligned}\sqrt{X} &= X^{\frac{1}{2}} \\ \sqrt[6]{X} &= X^{\frac{1}{6}} \\ \sqrt[3]{X} &= X^{\frac{1}{3}} \\ a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} \\ (a^m)^n &= a^{mn}\end{aligned}$$

이 문제는 결국 위 공식만 정확히 적용하면 풀립니다. 특히 한꺼번에 계산하려고 하지 말고, 각 근호를 먼저 지수로 바꾼 뒤,  $a$ 끼리,  $b$ 끼리 따로 정리하는 것이 가장 안전합니다.

### 풀이 전략

1. 세 근호를 모두 분수지수 형태로 바꿉니다.
2. 곱셈과 나눗셈을 지수의 덧셈과 뺄셈으로 바꿉니다.
3.  $a$ 의 지수와  $b$ 의 지수를 각각 따로 계산합니다.
4. 최종적으로 보기와 비교합니다.

## 단계별 상세 풀이 (학생용)

### Step 1. 각 근호를 분수지수로 바꾸기

주어진 식을 하나씩 분수지수로 바꾸어 보세요.

$$\sqrt{a^4b} = (a^4b)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[6]{a^4b} = (a^4b)^{\square}$$

$$\sqrt[3]{a^5b^2} = (a^5b^2)^{\square}$$

따라서 전체 식은 아래와 같이 바뀝니다.

$$(a^4b)^{\square} \cdot (a^4b)^{\square} \div (a^5b^2)^{\square}$$

## Step 2. 각 항의 지수를 전개하기

이제 거듭제곱의 법칙  $(xy)^n = x^ny^n$  과  $(a^m)^n = a^{mn}$  을 이용해 각 항의  $a$ 와  $b$ 에 지수를 각각 나누어 전개해 보세요.

## Step 3. $a$ 와 $b$ 를 각각 따로 정리하기

밑이 같은  $a$ 끼리,  $b$ 끼리 묶어서 지수를 계산해 보세요.

곱셈은 더하고, 나눗셈은 빼야 합니다.

먼저  $a$ 의 지수를 계산해 보세요.

이제  $b$ 의 지수를 계산해 보세요.

전체 식을 정리한 결과를 적어보세요.

$$a^{\square} \cdot b^{\square} = \underline{\hspace{2cm}}$$

## Step 4. 보기와 비교하여 정답 찾기

구한 최종 결과를 보기와 비교하여 정답을 선택해 보세요.

**최종 정답**

## 자주 하는 실수 조심하기!

- $\sqrt[6]{a^4b}$ 를  $a^{\frac{4}{6}}b$ 처럼 잘못 쓰는 실수:  $b$ 에도 똑같이  $\frac{1}{6}$ 승이 붙어야 하므로  $(a^4b)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{4}{6}}b^{\frac{1}{6}}$ 입니다.
- 나눗셈을 하면서 지수를 더하는 실수: 나눗셈은 지수를 빼야 합니다.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 입니다.
- $b^0 = 0$ 이라고 착각하는 실수:  $b > 0$ 이므로  $b^0 = 1$ 입니다.
- $a$ 와  $b$ 를 따로 정리하지 않고 한 번에 계산하다가 꼬이는 실수: 이런 문제는 반드시 밑이 같은 문자끼리 따로 정리해야 계산이 깔끔합니다.

## 개념 정리

근호가 섞여 있는 문자식 문제는 다음 순서로 풀면 거의 틀리지 않습니다.

1. 모든 근호를 분수지수로 바꾼다.
2. 곱셈은 지수를 더하고, 나눗셈은 지수를 뺀다.

3.  $a, b$ 처럼 밑이 같은 문자끼리 따로 정리한다.

4. 마지막에 보기와 비교한다.

특히 이 문제처럼  $a > 0, b > 0$  조건이 있으면, 근호를 분수지수로 바꾸는 과정이 더 자연스럽게 안전합니다. 양수 조건이 있기 때문에 제곱근, 세제곱근, 육제곱근을 다룰 때 불필요한 부호 고민을 줄일 수 있습니다.

결국 이런 유형은 식이 길어 보여도 **근호** → **지수**로만 바꾸면 단순한 지수 계산 문제로 바뀐다는 점을 기억하면 됩니다.

## 대표유형 연습문제 (직접 풀어보세요)

### 연습문제 1

$x > 0, y > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하시오.

$$\sqrt{x^2y} \times \sqrt[3]{xy^2} \div \sqrt[6]{x^4y^5}$$

### 연습문제 2

$p > 0, q > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하시오.

$$\sqrt[4]{p^2q^3} \times \sqrt[2]{p^2q} \div \sqrt[4]{pq}$$

### 연습문제 3

$m > 0, n > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하시오.

$$\sqrt[3]{m^2n} \times \sqrt[6]{m^4n^5} \div \sqrt{mn^2}$$